

Implementasi Algoritma A* untuk Menemukan Rute Penerbangan Termurah untuk Maskapai AirAsia

Muhammad Farrel Danendra Rachim - 13521048

Program Studi Teknik Informatika

Sekolah Teknik Elektro dan Informatika

Institut Teknologi Bandung, Jl. Ganesha 10 Bandung 40132, Indonesia

13521048@std.stei.itb.ac.id

Abstract—AirAsia merupakan salah satu maskapai pesawat yang paling sering digunakan penduduk Indonesia untuk bepergian, khususnya ke luar negeri. Namun, harga tiket penerbangan yang berbeda untuk berbagai macam rute seringkali menjadi bahan pertimbangan. Bahkan, tidak sedikit penumpang yang memilih untuk transit (singgah) di kota lain sebelum mencapai kota tujuan. Mengingat harga tiket pesawat yang tidak murah, calon penumpang cenderung mempersiapkan diri dengan memilih rute penerbangan yang tepat agar biaya yang dikeluarkan minimal. Permasalahan dalam menentukan rute penerbangan yang paling terjangkau dengan maskapai Air Asia dapat diselesaikan dengan konsep graf berbobot berarah dan Algoritma A*.

Keywords—Algoritma A*, AirAsia, Graf Berbobot, Harga

I. PENDAHULUAN

Pesawat adalah salah satu sarana transportasi yang paling sering digunakan masyarakat untuk bepergian ke tempat yang jauh, baik dalam negeri maupun luar negeri. Waktu perjalanan yang relatif cepat dan layanan maskapai pesawat yang berkualitas termasuk alasan mengapa orang-orang memilih menggunakan pesawat untuk mencapai kota tujuan mereka.

AirAsia adalah sebuah maskapai penerbangan yang sangat digemari bukan hanya untuk penduduk Indonesia, namun juga penduduk Asia, karena biaya tiketnya yang relatif lebih terjangkau dibandingkan maskapai lain. Maskapai ini didirikan di Kuala Lumpur, Malaysia, pada tahun 1993 dan mulai beroperasi pada tahun 1996. AirAsia termasuk ke dalam lima maskapai terbesar di Asia, dan saat ini terdapat 100 buah pesawat yang beroperasi (edisi Malaysia) dengan lebih dari 160 tujuan dalam 25 negara [1].



Gambar 1. Pesawat AirAsia [2]

Meskipun AirAsia termasuk maskapai penerbangan dengan biaya yang rendah, para calon penumpang tentu lebih memilih

rute penerbangan yang lebih murah dari yang lain untuk mencapai kota tujuan mereka. Terdapat banyak pilihan penerbangan yang dapat dipilih untuk mencapai tujuan, namun memilih rute dengan biaya paling terjangkau menjadi tantangan yang sering dihadapi oleh calon penumpang. Bahkan, tidak jarang para penumpang memilih untuk transit di kota lain sebelum mencapai tujuan mereka demi pengeluaran yang minimal.

Perencanaan rute paling murah menjadi hal yang penting untuk dipertimbangkan oleh calon penumpang. Penulis akan memodelkan informasi mengenai penerbangan dengan harganya sebagai sebuah graf berbobot berarah, dengan harga penerbangan antarkota sebagai bobot graf tersebut. Lalu, dari graf tersebut, penulis akan memanfaatkan algoritma A* untuk menentukan rute tersebut.

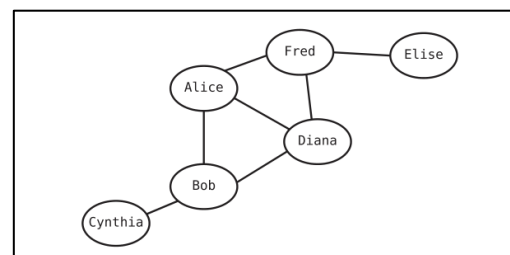
II. TEORI DASAR

A. Definisi Graf

Graf (dalam bahasa Inggris: *graph*) dalam dunia matematika adalah sebuah struktur yang merepresentasikan objek-objek diskrit dan hubungan antara objek-objek tersebut. Objek-objek yang dimaksud digambarkan sebagai sebuah kumpulan simpul (*vertex*), dan hubungan yang dimaksud digambarkan sebagai kumpulan sisi (*edge*). Graf dapat didefinisikan sebagai

$$G = (V, E)$$

dengan G adalah sebuah graf, V adalah himpunan berisi simpul-simpul yang tidak kosong ($\{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$), dan E adalah himpunan berisi sisi-sisi yang menghubungkan sepasang simpul ($\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$).

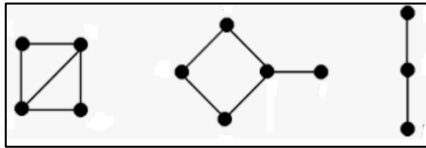


Gambar 2. Sebuah graf yang menggambarkan hubungan pertemanan [3]

B. Jenis Graf

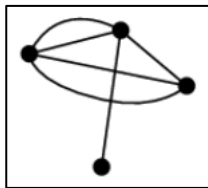
Berdasarkan keberadaan gelang atau ganda pada sebuah graf, graf tergolong menjadi dua macam:

1. Graf sederhana (*simple graph*)
Graf sederhana adalah graf yang tidak mengandung gelang atau sisi ganda.



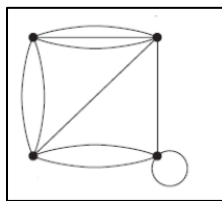
Gambar 3. Graf sederhana [4]

2. Graf tak-sederhana (*unsimple graph*)
Graf tak sederhana adalah graf yang memiliki sisi ganda atau gelang. Graf tak sederhana terdiri dari:
 - a. Graf ganda (*multi-graph*)
Graf tak sederhana yang mengandung sisi ganda, namun tidak memiliki sisi gelang.



Gambar 4. Graf ganda (*multi-graph*) [5]

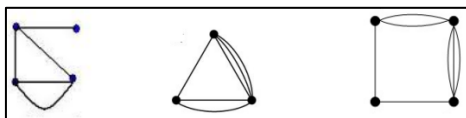
- b. Graf semu (*pseudo-graph*)
Graf tak sederhana yang mengandung sisi gelang. Graf semu bisa mengandung sisi gelang dan sisi ganda.



Gambar 5. Graf semu (*pseudo-graph*) [4]

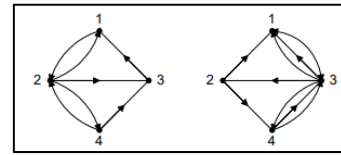
Berdasarkan arah sisi, graf tergolong menjadi dua macam:

1. Graf tak berarah (*undirected graph*)
Graf tak berarah adalah graf yang tidak memiliki orientasi arah pada masing-masing sisinya.



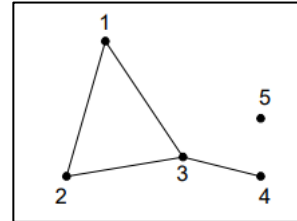
Gambar 6. Graf tak berarah (*undirected graph*) [4]

2. Graf berarah (*directed graph/digraph*)
Graf berarah adalah graf yang memiliki orientasi arah pada masing-masing sisinya. Graf berarah dapat dibedakan lagi menjadi graf berarah, yang tidak memiliki sisi ganda, dan graf-ganda berarah, yang memiliki sisi ganda.

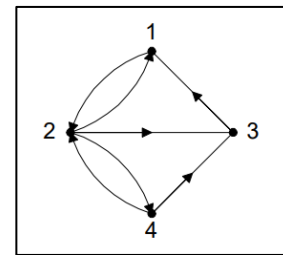


Gambar 7. Graf berarah (*directed graph/digraph*) [4]

C. Terminologi Graf

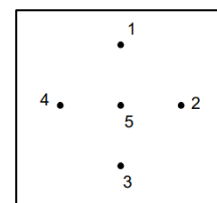


Gambar 8. Sebuah Graf tak berarah bernama G1 [4]



Gambar 9: Sebuah Graf berarah bernama G2 [4]

1. Ketetanggaan (*adjacency*)
Dua buah simpul disebut bertetangga jika keduanya terhubung melalui sisi secara langsung. Sebagai contoh, pada gambar 8, simpul 2 bertetangga dengan simpul 1 dan 3, namun tidak bertetangga dengan simpul 4.
2. Bersisian (*incidency*)
Sisi $e = (v_1, v_2)$ yang menghubungkan v_1 dan v_2 bersisian dengan simpul v_1 dan v_2 . Pada gambar 8, sisi (2, 3) bersisian dengan simpul 2 dan 3.
3. Simpul terpencil (*isolated vertex*)
Simpul terpencil adalah simpul yang tidak memiliki sisi yang bersisian dengannya. Pada gambar 8, simpul 5 adalah simpul terpencil.
4. Graf kosong
Graf kosong adalah graf yang himpunan sisinya merupakan himpunan kosong, dan disimbolkan dengan N_n , dengan n jumlah simpul dalam graf kosong.



Gambar 10. Graf kosong (N_5) [4]

5. Derajat
Derajat sebuah simpul mewakili jumlah sisi yang bersisian dengan simpul tersebut, dan dapat disimbolkan dengan notasi $d(v)$. Misal, pada gambar 8, $d(1) = d(2) = 2$, $d(3) = 3$, $d(4) = 1$ (karena derajatnya hanya satu,

simpul 4 juga dapat disebut dengan simpul anting-anting/pendant vertex), dan $d(5) = 0$.

Pada graf berarah, derajat sebuah simpul digolongkan menjadi derajat masuk (*in-degree*, $d_{in}(v)$) dan derajat keluar (*out-degree*, $d_{out}(v)$). Pada gambar 9, $d_{in}(1) = 2$, dan $d_{out}(1) = 1$, karena ada dua sisi yang menuju simpul 1 dan satu sisi yang berasal dari simpul 1.

6. Lintasan (*path*)

Lintasan dengan panjang n dari simpul awal v_0 sampai simpul tujuan v_n adalah barisan yang berselang-seling simpul-simpul dan sisi-sisi yang berbentuk $v_0, e_1, v_1, e_2, v_2, \dots, v_{n-1}, e_n, v_n$ sedemikian sehingga $e_1 = (v_0, v_1), e_2 = (v_1, v_2), \dots, e_n = (v_{n-1}, v_n)$ adalah sisi-sisi dari graf G . Adapun panjang lintasan adalah jumlah sisi dalam lintasan tersebut. Misal pada gambar 8, lintasan 4, 3, 2, 1 adalah lintasan dengan barisan sisi (4, 3), (3, 2), (2, 1), dan panjang lintasannya 3.

7. Siklus atau Sirkuit

Sirkuit adalah lintasan yang berawal dan berakhir pada simpul yang sama. Panjang sirkuit adalah jumlah sisi dalam sirkuit tersebut. Pada gambar 8, 1, 2, 3, 1 adalah sebuah sirkuit dengan panjang 3.

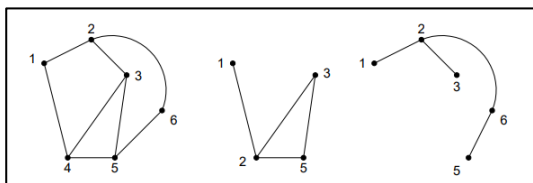
8. Keterhubungan

Simpul v_1 dan v_2 terhubung jika ada lintasan dari v_1 ke v_2 , dan graf G disebut graf terhubung jika terdapat lintasan dari v_i ke v_j untuk setiap pasang simpul v_i dan v_j dalam himpunan V .

Graf berarah G dikatakan terhubung jika graf tidak berarahnya terhubung. Dua buah simpul u dan v terhubung kuat jika ada lintasan berarah dari u ke v dan ada lintasan berarah dari v ke u . Simpul u dan v terhubung lemah jika tidak terhubung kuat namun tetap terhubung pada graf tidak berarahnya. Graf berarah terhubung kuat jika untuk setiap pasang simpul di graf tersebut terhubung kuat. Pada gambar 9, simpul 1 dan 3 terhubung kuat karena terdapat lintasan dari 1 ke 3 (1, 2, 4, 3) dan dari 3 ke 1 (3, 1).

9. Upagraf (*Subgraph*)

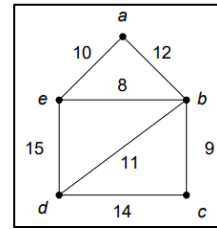
Graf $G_1 = (V_1, E_1)$ adalah upagraf dari $G = (V, E)$ jika V_1 merupakan subset dari V dan E_1 merupakan subset dari E . Graf $G_2 = (V_2, E_2)$ merupakan komplement upagraf G_1 jika $E_2 = E - E_1$ dan E_2 bersisian dengan tiap simpul V_2 .



Gambar 11. Dari kiri ke kanan: Graf G_1 , salah satu upagraf G_1 , dan komplement dari upagraf tersebut [4]

10. Graf berbobot (*weighted graph*)

Graf berbobot adalah graf yang setiap sisinya diberi sebuah harga/bobot.

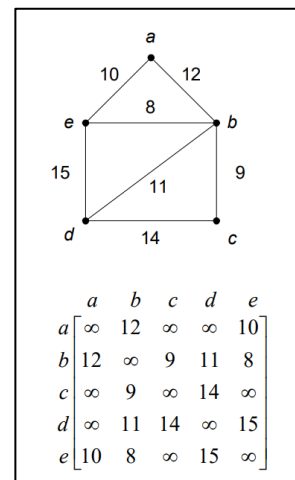


Gambar 12. Graf berbobot (*weighted graph*) [4]

D. Representasi Graf

1. Matriks ketetanggaan (*adjacency matrix*)

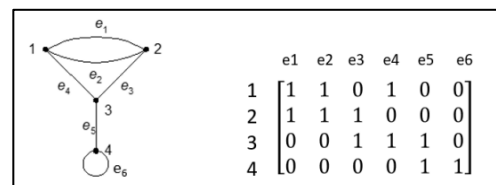
Graf tidak berarah dapat dimodelkan sebagai sebuah matriks A berukuran $i \times j$ dengan $i = j =$ jumlah simpul. Jika simpul i dan j bertetangga maka a_{ij} bernilai 1, sedangkan jika tidak bertetangga maka a_{ij} bernilai 0. Khusus untuk graf berbobot, jika i dan j bertetangga, maka nilai a_{ij} sesuai bobot sisi yang menghubungkan kedua simpul tersebut. Untuk graf berarah, nilai a_{ij} adalah 0 jika tidak ada sisi berarah dari simpul j ke i , dan nilai elemen pada diagonal matriks serta a_{ij} dengan simpul i dan j tidak bertetangga adalah ∞ .



Gambar 13. Matriks ketetanggaan untuk graf berbobot [6]

2. Matriks bersisian (*incidency matrix*)

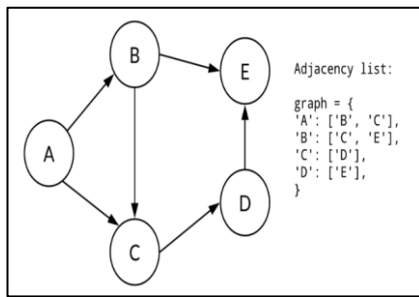
Untuk graf tidak berbobot, graf direpresentasikan oleh matriks $i \times j$, dengan i banyak simpul dan j banyak sisi. a_{ij} bernilai 1 jika simpul i bersisian dengan sisi j , dan bernilai 0 jika simpul i tidak bersisian dengan sisi j .



Gambar 14. Matriks bersisian [6]

3. Adjacency list

Untuk graf berarah, setiap simpul didefinisikan simpul tetangganya (yang memiliki sisi berarah dari simpul awal ke simpul tetangga) melalui sebuah tabel.



Gambar 15. Adjacency list [7]

E. Shortest Path Problem dan Algoritma A*

Shortest path problem adalah sebuah permasalahan dalam mencari lintasan terpendek antara sebuah simpul v dan simpul v lain dalam sebuah graf. Ada berbagai algoritma yang dapat digunakan untuk memecahkan masalah ini, namun pada makalah ini penulis akan fokus kepada algoritma A*.

Algoritma A* pada umumnya dipakai untuk mencari lintasan dan melaksanakan proses traversal pada sebuah graf. Algoritma A* mengubah konsep heuristik menjadi algoritma pencarian graf dan merupakan pengembangan dari algoritma Dijkstra dengan beberapa ciri khas dari Breadth-First Search untuk menemukan sebuah lintasan dengan bobot minimum dari simpul awal ke simpul akhir.

Algoritma A* dikenal dengan fungsi estimasi berikut:

$$f(n) = g(n) + h(n)$$

dimana $f(n)$ adalah total bobot lintasan melalui simpul n , $g(n)$ adalah bobot sejauh ini untuk mencapai simpul n , dan $h(n)$ adalah estimasi bobot dari n ke simpul tujuan yang merupakan bagian heuristik dari persamaan ini. Algoritma ini juga memanfaatkan beberapa list dan *hash table* seperti *openlist* dan *closedlist* yang akan dibahas lebih lanjut di bab berikutnya.

Berikut cara kerja algoritma A* secara umum:

1. Tambahkan simpul awal ke *openlist*
2. Cari simpul dengan bobot paling kecil untuk semua simpul bertetangga
3. Untuk *closed list*:
 - Iterasi simpul yang bertetangga dengan node terkini
 - Jika simpul tidak dapat diraih, abaikan.
 - *Else*: Jika simpul tidak ada di *openlist*, pindahkan ke *openlist* dan hitung fungsi estimasi. Jika simpul ada di *openlist*, periksa apakah lintasan kurang dari lintasan terkini, dan jika iya, ganti lintasan tersebut menjadi lintasan terkini.
4. Program berhenti jika sudah diraih simpul tujuan atau tidak bisa diraih tujuannya setelah melalui berbagai simpul.

III. APLIKASI ALGORITMA A*

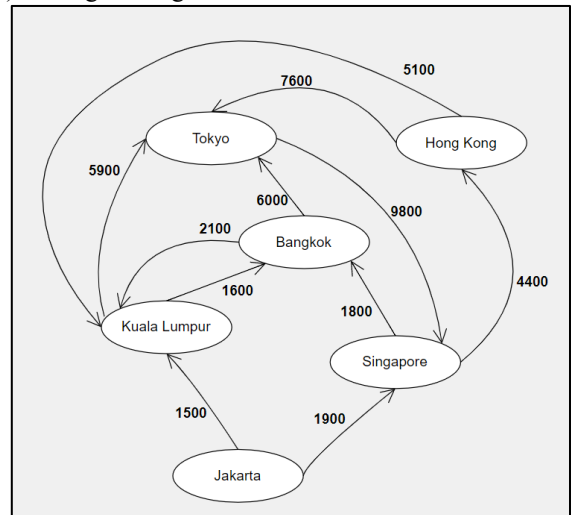
A. Pemodelan Graf Berarah Berbobot

Penulis akan memodelkan sebuah graf berarah berbobot berdasarkan permasalahan rute penerbangan termurah yang

sudah dibahas. Simpul-simpul graf merupakan kumpulan kota yang menjadi tempat pemberhentian pesawat. Sisi berarah menggambarkan lintasan penerbangan antara kedua simpul/kota. Bobot merepresentasikan harga tiket tiap penerbangan.

Untuk memudahkan perhitungan, dalam makalah ini, penulis akan membatasi kota-kota yang akan digunakan sebagai simpul graf dan tiap kota tidak terhubung oleh setidaknya sebuah rute penerbangan ke semua kota lain. Tidak ada simpul yang terencil dan graf tidak kosong. Faktor waktu juga diabaikan dalam persoalan ini. Adapun data harga penerbangan diperoleh dari website AirAsia pada tanggal 9 Desember 2022.

Graf mengandung 6 buah simpul: "Jakarta", "Kuala Lumpur", "Singapore", "Bangkok", "Hong Kong", "Tokyo". Berikut adalah ilustrasi graf beserta bobot harga (dalam ribuan rupiah) masing-masing sisi.



Gambar 16. Model rute penerbangan AirAsia (dokumentasi penulis)

Penulis akan merepresentasikan graf tersebut sebagai *adjacency list* berupa *dictionary/hash table* yang memiliki *key* yang merepresentasikan tiap kota dan *value* berbentuk array yang berisi sebuah pasangan: kota yang bertetangga dan bobot harga. Kota yang bertetangga dalam hal ini artinya terhubung langsung oleh sebuah sisi (sekali penerbangan). Berikut bentuk *adjacency list* berdasarkan model graf di atas.

```
adjacency_list_rute = {
    "Jakarta": [("Kuala Lumpur", 1500), ("Singapore", 1900)],
    "Singapore": [("Bangkok", 1800), ("Hong Kong", 4400)],
    "Kuala Lumpur": [("Bangkok", 1600), ("Tokyo", 5900)],
    "Hong Kong": [("Kuala Lumpur", 5100), ("Tokyo", 7600)],
    "Bangkok": [("Kuala Lumpur", 2100), ("Tokyo", 6000)],
    "Tokyo": [("Singapore", 9800)]
}
```

Gambar 17. Adjacency list untuk model graf di atas (dokumentasi penulis)

B. Implementasi Algoritma A* dalam Bahasa Python

Penulis mengimplementasikan tahap algoritma A* untuk graf berbobot berarah yang sudah dibuat di subbab sebelumnya

dengan menggunakan bahasa pemrograman Python. Adapun tahapannya adalah sebagai berikut:

1. Proses inialisasi:
 - a. Buat sebuah class bernama GraphA yang menginisialisasi *adjacent list*.
 - b. Definisikan fungsi tetangga yang mengembalikan kota tetangga dari kota asal dengan mengakses *key* yang bersesuaian dengan kota asal pada *adjacent list*.
 - c. Asumsikan bahwa tiap simpul memiliki nilai heuristik sama dengan 1 untuk memudahkan perhitungan.

```
class GraphA:
    def __init__(self, adjlist):
        self.adjlist = adjlist
    def tetangga(self, kotaseberang):
        # Daftar kota tetangga/adjacent dari kota asal
        return self.adjlist[kotaseberang]
    def heuristic(self, banyakkota):
        # Inialisasi h(n)
        H = {"Jakarta": 1, "Singapore": 1, "Kuala Lumpur": 1,
            "Hong Kong": 1, "Bangkok": 1, "Tokyo": 1}
        return H[banyakkota]
```

Gambar 18. Inialisasi a, b, c (dokumentasi penulis)

- d. Buat fungsi `rute_termurah_aster` dengan parameter kota asal (`asal`) dan kota tujuan (`tujuan`)
- e. Inialisasi `openlist` dan `closedlist` sebagai list. Variabel `openlist` sudah diinisialisasi dengan `asal`. `Openlist` menyimpan kota-kota yang sudah dikunjungi namun tetangga dari kota-kota tersebut belum semuanya diperiksa. `Closedlist` menyimpan kota-kota yang sudah dikunjungi dan semua tetangganya telah diperiksa.
- f. Buat sebuah *hash table* yang memetakan ketetangaan dari semua node dan inialisasi nilai pertama dengan variabel `asal`.
- g. Buat sebuah *hash table* yang mengandung bobot terkini dari asal ke kota yang lain. Inialisasi nilai pertama dengan variabel `asal` yang bernilai 0.

```
def rute_termurah_aster(self, asal, tujuan):
    openlist = [asal]
    closedlist = []
    count = 0
    adjmap = {}
    adjmap[asal] = asal
    harga_terkini = {}
    harga_terkini[asal] = 0
```

Gambar 19. Inialisasi d, e, f, g (dokumentasi penulis)

2. Masuk ke dalam loop selama `openlist` tidak kosong. Untuk semua kota di `openlist`, cari sebuah kota dengan nilai `f(n)` terkecil dalam fungsi evaluasi. Jika `n` tidak ditemukan, lintasan tidak ditemukan.

```
while len(openlist) > 0:
    n = None
    for kota in openlist:
        if n == None or harga_terkini[kota] + self.heuristic(kota) < harga_terkini[n] + self.heuristic(n):
            n = kota
    if n == None:
        print("Rute termurah tidak ditemukan.")
        return None
```

Gambar 20. Masuk ke dalam loop while (dokumentasi penulis)

3. Iterasi kota tetangga dari node terkini. Jika kota terkini tidak ada di dalam `openlist` maupun `closedlist`, tambahkan kota tersebut ke `openlist`, dan tandai `n` sebagai value kota tersebut pada *adjacency map*. Jika kota terdapat di `openlist` atau `closedlist`, periksa apakah bobot dari `a` ke `n` lebih kecil. Jika iya, update `adjmap` dan `harga_terkini`. Jika `a` di dalam `closedlist`, pindahkan ke `openlist`. Program akhirnya keluar dari for loop. Pindahkan `n` dari `openlist` ke `closedlist` karena semua kota tetangga sudah diperiksa.

```
for (a, bobot) in self.tetangga(n):
    if a not in openlist and a not in closedlist:
        openlist.append(a)
        adjmap[a] = n
        harga_terkini[a] = harga_terkini[n] + bobot
    else:
        if harga_terkini[a] > harga_terkini[n] + bobot:
            harga_terkini[a] = harga_terkini[n] + bobot
            adjmap[a] = n
        if a in closedlist:
            closedlist.remove(a)
            openlist.append(a)
    openlist.remove(n)
    closedlist.append(n)
```

Gambar 21. Program for loop pengecekan tetangga (dokumentasi penulis)

4. Jika node terkini sudah mencapai node tujuan (`tujuan`), akan direkonstruksi lintasan dari tujuan ke asal, dan akan dikembalikan list yang sudah dibalik. Variabel `count` menyimpan bobot total harga yang diperoleh dari rute yang dipilih.

```
if n == tujuan:
    count = harga_terkini[n]
    reconstructPath = []
    while adjmap[n] != n:
        reconstructPath.append(n)
        n = adjmap[n]
    reconstructPath.append(asal)
    reconstructPath.reverse()
    print("Biaya penerbangan adalah Rp%d.000" % count)
    print("Rute termurah adalah:", asal, end='')
    for stops in reconstructPath:
        if stops != asal:
            print(" -->", stops, end='')
    return reconstructPath
```

Gambar 22. Program meng-output rute dari `adjmap` dan harga total rute penerbangan dari `harga_terkini` (dokumentasi penulis)

Pada akhirnya, program akan diuji dengan input dari

